Metody numeryczne – Projekt nr 3

Aproksymacja profilu wysokościowego

Jakub Stachowicz 188888 gr.5 Informatyka 29.05.2023r.

1. **Wstęp:**

Celem projektu jest implementacja metody wykorzystującej wielomian interpolacyjny Lagrange’a oraz metody wykorzystującej funkcje sklejane trzeciego stopnia. Projekt został napisany w języku Python przy użyciu bibliotek numpy i matplotlib.pyplot. Do rozwiązywania układu równań w metodzie splajnów została użyta trójdiagonalna eliminacja Gaussa.

1. Wybór profili wysokościowych:

Profile zostały pobrane z udostępnionego pliku na enauczaniu. Do testów wybrałem pliki:

* „rozne\_wniesienia.txt” – parę wzniesień mniejszych i większych
* „stale.txt” – proste stałe wzniesienie
* „WielkiKanionKolorado.csv” – mocne i lekkie spadki

Testy dla metody interpolacja Lagrange’a zrobione były dla ilości punktów = [5,10,15], natomiast testy dla metody interpolacja funkcjami sklejanymi zrobione były dla ilości punktów = [5,10,15,20,40].

1. **Interpolacja Lagrange’a:**

Dana metoda jest prosta w implementacji. Wyznaczamy wielomian n-tego stopnia (czyli taki który ma n+1 współczynników). W tej metodzie natomiast zwiększenie ilości punktów powoduje powstanie efektu Rungego, która mówi o dużych różnicach na krańcach przedziału.

**Prezentacja wyników dla różnych wniesień:**

1. Pierwszy wynik:

A picture containing text, screenshot, diagram, line

Description automatically generated

1. Drugi wynik:

A picture containing text, screenshot, diagram, plot

Description automatically generated

1. Trzeci wynik:

A picture containing text, screenshot, plot, line

Description automatically generated

W pierwszym wyniku, można zauważyć źle dobra punkty i za małą ilość, żeby dobrze wyznaczać przewidywaną funkcję. W drugim wyniku został pominięty jeden wierzchołek, gdyż żaden punkt z niego nie został włączony do obliczania funkcji. Można zauważyć już powstanie efektu Rungego. W trzecim wyniku punkty wyglądają jakby leżały prawie na prostej, natomiast miara na osi Y ma tutaj wielkie znaczenie i widać jak duży negatywny wpływ ma efekt Rungego. Przy małej ilości, dobrze dobranych punktów metoda radzi sobie średnio, natomiast jesteśmy w stanie wyczytać z niej trendy funkcji.

**Prezentacja wyników prostego stałego wzniesienia:**

1. Pierwszy wynik:

A picture containing text, screenshot, plot, diagram

Description automatically generated

1. Drugi wynik:

A graph with red and blue lines

Description automatically generated with low confidence

1. Trzeci wynik:

A picture containing text, screenshot, plot, line

Description automatically generated

Punkty które zostały wybrane tworzą prawie prostą rosnącą funkcję i dla małej ilości punktów metoda działa bardzo dobrze. Natomiast podczas zwiększenia ilościu punktów widać znowu efekt Rungego, który bardzo negatywnie wpływa na wyniki naszej funkcji. W tym przypadku dana metoda radzi sobie bardzo dobrze (pomijając wartości na skrajach przedziałów).

**Prezentacja wyników dla różnych spadków:**

1. Pierwszy wynik:

A picture containing text, screenshot, diagram, plot

Description automatically generated

1. Drugi wynik:

A picture containing text, screenshot, plot, diagram

Description automatically generated

1. Trzeci wynik:

A picture containing text, screenshot, plot, line

Description automatically generated

Dla małej ilości punktów pomiarowych nasza metoda bardzo dobrze wykrywa trend funkcji spadkowej gwałtownie i spokojnie. Przy zwiększeniu ilości punktów zwracane są na krańcach bardzo zróżnicowane dane, natomiast pomijając te punkty to całkiem dobrze dana metoda radzi sobie w tej sytuacji.

1. **Interpolacja funkcjami sklejanymi:**

**Prezentacja wyników dla różnych wniesień:**

1. Pierwszy wynik:

A picture containing text, screenshot, diagram, map

Description automatically generated

1. Drugi wynik:

A picture containing text, screenshot, diagram, map

Description automatically generated

1. Trzeci wynik:

A picture containing text, screenshot, line, diagram

Description automatically generated

1. Czwarty wynik:

A picture containing text, screenshot, plot, line

Description automatically generated

1. Piąty wynik:

A picture containing text, screenshot, diagram, plot

Description automatically generated

Dla małej ilości punktów pomiarowych metoda słabo radzi sobie z wyznaczeniem funkcji, natomiast każdorazowo zwiększenie ilości punktów powoduje polepszenie naszego wyniku. W danej sytuacji metoda radzi sobie dobrze, natomiast trzeba jej podać bardzo dużo punktów, żeby reagowała na wszystkie zmiany.

**Prezentacja wyników prostego stałego wzniesienia:**

1. Pierwszy wynik:

A picture containing text, screenshot, plot, diagram

Description automatically generated’

1. Pierwszy wynik:

A picture containing text, screenshot, plot, diagram

Description automatically generated

1. Pierwszy wynik:

A picture containing text, screenshot, plot, diagram

Description automatically generated

1. Pierwszy wynik:

A picture containing text, screenshot, plot, diagram

Description automatically generated

1. Pierwszy wynik:

A picture containing text, screenshot, plot, diagram

Description automatically generated

W danej sytuacji dana metoda radzi sobie świetnie i nie jest konieczne zwiększanie ilości punktów. Już dla K = 10 mamy bardzo dobre wyniki. Jest to natomiast bardzo prosty przypadek, gdzie funkcji cały czas rośnie więc ta metoda, tak jak poprzednia (nie licząc skrajów przedziałów) radzą sobie bardzo dobrze.

**Prezentacja wyników dla różnych spadków:**

1. Pierwszy wynik:

A picture containing text, screenshot, plot, diagram

Description automatically generated

1. Pierwszy wynik:

A picture containing text, screenshot, plot, diagram

Description automatically generated

1. Pierwszy wynik:

A picture containing text, screenshot, diagram, plot

Description automatically generated

1. Pierwszy wynik:

A picture containing text, screenshot, diagram, plot

Description automatically generated

1. Pierwszy wynik:

A picture containing text, screenshot, diagram, plot

Description automatically generated

W dane sytuacji metoda działa bardzo dobrze. Dla małej ilości punktów wyznacza bardzo dobrze trend funkcji, a zwiększenie ilości punktów powoduje reagowanie dla wszelkie gwałtowne zmiany. W tym przypadku ważne jest dodanie jak najwięcej punktów jak można, gdyż często są małe gwałtowne zmiany i do poprawnego działania metody konieczne jest jak największa ilość punktów pomiarowych.

1. **Podsumowanie:**

Porównując te 2 metody można łatwo zauważyć znaczącą przewagę po stronie interpolacji funkcjami sklejanymi. Zwiększenie ilości punktów funkcji zapewnia nam dokładniejszy wynik, natomiast w metodzie wielomianowej zwiększenie ilości punktów powoduje również lepsze dopasowanie się do rzeczywistej funkcji, natomiast z właściwości wielomianowej wynika bardzo szybki wzrost niedokładności na krańcach przedziału (efekt Rungego). Powoduje to duży średni błąd funkcji. Lepszym rozwiązaniem jest zastosowanie metody interpolacji funkcjami sklejanymi. Jest to metoda, która potrzebuje większego zapotrzebowania czasowego, jak i pamięciowego, natomiast generuje zdecydowanie lepsze rezultaty. Dla obu metod pozostaje problem podania mało ważnych punktów, przez co nasze metody w momencie podania za małej ilości kluczowych punktów, będzie tworzyło nie poprawną funkcję.